SULLA

LUCE POLARIZZATA CIRCOLARE

E PARTICOLARMENTE

SULLA SUA VELOCITÀ

NEI MEZZI DOTATI DI POTERE ROTATORIO MAGNETICO

NOTA PRELIMINARE

DI

A. GARBASSO

Presentata come tesi per la laurea in fisica alla facoltà di scienze dell'Università di Torino.

TORINO
TIPOGRAFIA CARLO GUADAGNINI
3 - Via Gaudenzio Ferrari - 3

1892

Introduzione. — È noto come Fresnel, per rendersi ragione del fenomeno della polarizzazione rotatoria presentato dal quarzo nella direzione dell'asse cristallografico, abbia supposto che, quando un raggio di luce polarizzata rettilinea viene ad attraversare in quella determinata direzione un cristallo di quarzo, esso si scinda in due circolari inversi propagantisi con velocità differenti. Tali raggi, all'uscita dal cristallo si ricomporrebbero in un solo rettilineo, con l'azimut di polarizzazione, in generale, diverso dal primitivo.

Il grande fisico francese non si accontentò d'aver dato una interpretazione analiticamente soddisfacente del fenomeno, ma, con l'esperienza dei prismi di quarzo soprapposti, di rotazioni alternativamente contrarie, seppe mostrare che il suo non era un semplice giuoco di formole.

Scoperta da Faraday nel 1845 la polarizzazione rotatoria magnetica, era naturale il supporre che il meccanismo del fenomeno fosse in questo caso il medesimo che nel caso delle sostanze spontaneamente attive; è singolare anzi che questa idea ed i problemi che immediatamente ne conseguono non si siano presentati a quell'acuto e paziente indagatore dei fenomeni magneto-ottici che fu Emilio Verdet; comunque, non è stato, per quanto io ne so, che nel 1878 che il Righi (*), postasi nettamente la questione, con l'esperienza, la risolse.

Il procedimento elegantissimo del Righi è il seguente: due raggi polarizzati circolari inversi, coincidenti di fase, attraversano insieme un

(*) *Nuovo Cimento.* (3), III, 212, 1878.

medesimo spessore della sostanza che si studia, indi vengono a interferire, e le frangie si possono osservare con lente, reticolo, ed analizzatore; se ora intorno alla sostanza trasparente si suscita un campo magnetico e se l'ipotesi fatta sulla differente velocità di propagazione di due raggi circolari opposti in tali circostanze è conforme alla verità, deve prodursi una differenza di fase nei due raggi interferenti e quindi uno spostamento nelle frangie che della loro interferenza sono il risultato.

Di più nella teoria di Fresnel, ad una rotazione di φ^0 del piano di polarizzazione corrisponderà uno spostamento di $\frac{\varphi}{180} d$ nelle frangie, d essendo la distanza costante di due frangie consecutive.

Righi ha sperimentato sopra il solfuro di carbonio; i suoi risultati, perfettamente conformi a quelli previsti, non lasciano sussistere alcun dubbio sulla legittimità della spiegazione adottata (*).

Mi è parso non inutile di riprendere queste indagini, occupandomi di una sostanza diversa da quella impiegata dal Righi e procurando di raggiungere nella misura la massima esattezza possibile, coi mezzi che erano a mia disposizione; ho scelto fra i varii liquidi dotati di potere rotatorio magnetico il cloruro di bismuto (in acido cloridrico) come uno di quelli in cui a parità delle altre condizioni la rotazione è maggiore: quanto alla disposizione dell'apparecchio ed all'esecuzione delle esperienze, salvo leggiere modificazioni, ho procurato di seguire le traccie dell'illustre professore di Bologna, non parendomi possibile far meglio.

Del resto, queste esperienze ho eseguito essenzialmente come per preparazione ad altre, cui ho in animo di attendere, intendo dire della estensione della ricerca ai metalli dotati di potere rotatorio magnetico.

In ciò che segue ripiglio dapprima la teoria di Fresnel, sotto un punto di vista puramente geometrico, facendola dipendere dallo studio di un vettore periodico le cui proprietà trovano un riscontro nei fenomeni ottici e in taluni elettro-magnetici; passo quindi a render conto del modo di sperimentare e dei risultati ottenuti.

(*) H. BECQUEREL (C. R. 1879) ha ripetuto queste esperienze, operando sul flint.

A) Vibrazione ellittica.

1. *Definizione del vettore* $\overline{\mathrm{V}}$. *Riduzione di* $\overline{\mathrm{V}}$ *a tre vettori in direzioni costanti comunque, fra loro ortogonali.* — Mi propongo di studiare il moto dal punto P definito dall'equazione:

$$\mathrm{P} = \mathrm{O} + \overline{\mathrm{V}} ;$$

essendo O un punto fisso, $\overline{\mathrm{V}}$ (*) un vettore variabile col tempo in grandezza e, in generale, anche in direzione, somma geometrica di n altri di direzione costante e grandezza variabile, secondo l'uguaglianza:

$$[1] \qquad \overline{\mathrm{V}} = \sum_{r=1}^{r=n} \mathrm{A}_r \sin(kt + \Delta_r)\mathrm{I}_r .$$

In tale uguaglianza $\mathrm{I}_1 . \mathrm{I}_2 ... \mathrm{I}_n$ sono vettori presi nelle direzioni costanti delle componenti di $\overline{\mathrm{V}}$, in lunghezza uguali all'unità di lunghezza; $\mathrm{A}_1 . \mathrm{A}_2 ... \mathrm{A}_n . \Delta_1 . \Delta_2 ... \Delta_n . k$ delle costanti; t il tempo.

Dico che essendo I . J . K tre vettori di lunghezza uno, in direzioni costanti comunque, fra loro ortogonali, si possono sempre determinare sei quantità $a_1 . a_2 . a_3 . \delta_1 . \delta_2 . \delta_3$ tali che sia, per ogni valore del tempo:

$$[2] \quad \overline{\mathrm{V}} = a_1 \sin(kt + \delta_1)\mathrm{I} + a_2 \sin(kt + \delta_2)\mathrm{J} + a_3 \sin(kt + \delta_3)\mathrm{K} .$$

Per vedere questo si indichino i coseni dei vettori $\mathrm{I}_1 . \mathrm{I}_2 ... \mathrm{I}_n$ con le direzioni I . J . K rispettivamente con i simboli $\lambda_1 . \mu_1 . \nu_1$, $\lambda_2 . \mu_2 . \nu_2$, ... $\lambda_n . \mu_n . \nu_n$; ciò posto, si moltiplichino le equazioni [1] e [2] successivamente per I . J . K si otterrà:

$$\left\{\begin{aligned} \overline{\mathrm{VI}} &= \sum_{r=1}^{r=n} \mathrm{A}_r \sin(kt + \Delta_r)\overline{\mathrm{I}_r\mathrm{I}} \\ &= a_1 \sin(kt + \delta_1)\overline{\mathrm{II}} , \\ \overline{\mathrm{VJ}} &= \sum_{r=1}^{r=n} \mathrm{A}_r \sin(kt + \Delta_r)\overline{\mathrm{I}_r\mathrm{J}} \\ &= a_2 \sin(kt + \delta_2)\overline{\mathrm{JJ}} , \\ \overline{\mathrm{VK}} &= \sum_{r=1}^{r=n} \mathrm{A}_r \sin(kt + \Delta_r)\overline{\mathrm{I}_r\mathrm{K}} \\ &= a_3 \sin(kt + \delta_3)\overline{\mathrm{KK}} . \end{aligned}\right.$$

(*) Quando non è detto altrimenti indico con la lettera lineata il vettore, con la stessa lettera, senza la linea, la grandezza di esso. Indico con $\overline{uv}$ il prodotto geometrico dei vettori $\overline{u}$ e $\overline{v}$, cioè metto

$$\overline{uv} = u . v . \cos(\text{dir. } \overline{u} \text{ . dir. } \overline{v})$$

Di qui si deduce immediatamente:

$$\left\{\begin{aligned} a_1 \sin(kt + \delta_1) &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r \lambda_r \sin(kt + \Delta_r)\,, \\ a_2 \sin(kt + \delta_2) &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r \mu_r \sin(kt + \Delta_r)\,, \\ a_3 \sin(kt + \delta_3) &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r \nu_r \sin(kt + \Delta_r)\,; \end{aligned}\right.$$

e ancora:

$$\left\{\begin{aligned} &(a_1 \cos\delta_1 - \sum_{r=1}^{r=n} A_r\lambda_r \cos\Delta_r) \operatorname{tg} kt + a_1 \sin\delta_1 - \sum_{r=1}^{r=n} A_r\lambda_r \sin\Delta_r = 0\,, \\ &(a_2 \cos\delta_2 - \sum_{r=1}^{r=n} A_r\mu_r \cos\Delta_r) \operatorname{tg} kt + a_2 \sin\delta_2 - \sum_{r=1}^{r=n} A_r\mu_r \sin\Delta_r = 0\,, \\ &(a_3 \cos\delta_3 - \sum_{r=1}^{r=n} A_r\nu_r \cos\Delta_r) \operatorname{tg} kt + a_3 \sin\delta_3 - \sum_{r=1}^{r=n} A_r\nu_r \sin\Delta_r = 0\,. \end{aligned}\right.$$

Queste equazioni, dovendosi verificare per ogni valore di t, è necessario che si annullino separatamente i coefficienti di $\operatorname{tg} kt$ e i termini indipendenti, siamo quindi condotti a scrivere le sei relazioni:

$$\left\{\begin{aligned} a_1 \cos\delta_1 &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r\lambda_r \cos\Delta_r\,, \\ a_1 \sin\delta_1 &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r\lambda_r \sin\Delta_r\,, \\ a_2 \cos\delta_2 &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r\mu_r \cos\Delta_r\,, \\ a_2 \sin\delta_2 &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r\mu_r \sin\Delta_r\,, \\ a_3 \cos\delta_3 &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r\nu_r \cos\Delta_r\,, \\ a_3 \sin\delta_3 &= \sum_{r=1}^{r=n} A_r\nu_r \sin\Delta_r\,; \end{aligned}\right.$$

relazioni che bastano a determinare le costanti $a_1 . a_2 . a_3 . \delta_1 . \delta_2 . \delta_3$.
In ciò che segue considero sempre $\overline{V}$ come risultante di tre vettori in direzioni costanti, fra loro ortogonali; pongo dunque:

$$\overline{V} = \overline{x} + \overline{y} + \overline{z}$$

essendo:

$$[3] \qquad \left\{\begin{aligned} \overline{x} &= a_1 \sin(kt + \delta_1) I \\ \overline{y} &= a_2 \sin(kt + \delta_2) J \\ \overline{z} &= a_3 \sin(kt + \delta_3) K \end{aligned}\right.$$

ed anche:

$$\overline{\mathrm{II}} = \overline{\mathrm{JJ}} = \overline{\mathrm{KK}} = 1$$
$$\overline{\mathrm{IJ}} = \overline{\mathrm{JK}} = \overline{\mathrm{KI}} = 0 .$$

2. *Il moto di* P *si fa in un piano* $\Pi\,(x.y.z) = 0$. *Riduzione di* $\overline{\mathrm{V}}$ *a due vettori in direzioni costanti, fra loro ortogonali, nel piano* $\Pi\,(x.y.z) = 0$. — Vediamo di dedurre dalle equazioni [3] una prima proprietà della traiettoria di P. Chiamando $\overline{\mathrm{U}}$ il vettore le cui componenti sono

$$\overline{x_1} = a_2 a_3 \sin(\delta_2 - \delta_3)\mathrm{I}$$
$$\overline{y_1} = a_3 a_1 \sin(\delta_3 - \delta_1)\mathrm{J}$$
$$\overline{z_1} = a_1 a_2 \sin(\delta_1 - \delta_2)\mathrm{K}$$

e facendo il prodotto di esso per il vettore $\overline{\mathrm{V}}$, si ottiene facilmente:

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{VU}} &= \overline{xx_1} + \overline{yy_1} + \overline{zz_1} \\ &= xx_1 + yy_1 + zz_1 \\ &= 0 .\end{aligned}$$

Se ne deduce che il vettore $\overline{\mathrm{V}}$ rimane sempre normale ad $\overline{\mathrm{U}}$, cioè il punto P si muove nel piano:

$$\Pi(x.y.z) = a_2 a_3 \sin(\delta_2 - \delta_3)x + a_3 a_1 \sin(\delta_3 - \delta_1)y + a_1 a_2 \sin(\delta_1 - \delta_2)z = 0.$$

Questa proposizione si può anche enunciare nel modo seguente: essendo I.J due vettori di lunghezza uno, in direzioni costanti comunque, fra loro ortogonali, si possono sempre determinare quattro quantità $a_1 . a_2 . \delta_1 . \delta_2$ tali che sia, per ogni valore del tempo:

$$\overline{\mathrm{V}} = a_1 \sin(kt + \delta_1)\mathrm{I} + a_2 \sin(kt + \delta_2)\mathrm{J} ,$$

fatta però l'ipotesi che le direzioni I.J siano contenute nel piano

$$\Pi(x.y.z) = 0 .$$

Mi varrò più tardi di questa proprietà per semplificare le formole, per ora, per maggiore generalità e simmetria conservo nel calcolo le tre componenti.

3. *Traiettoria di* P *e odografe successive.* — Volendo conoscere la natura della traiettoria del punto P, si moltiplichi la prima delle [3] per I, la seconda per J, la terza per K, si otterrà:

$$[4] \qquad \left\{ \begin{aligned} x &= a_1 \sin(kt + \delta_1) \\ y &= a_2 \sin(kt + \delta_2) \\ z &= a_3 \sin(kt + \delta_3) . \end{aligned} \right.$$

Eliminando il tempo fra la prima e la seconda, la seconda e la terza, la terza e la prima di queste equazioni ordinatamente se ne deducono le equazioni dei luoghi dei punti

$$P_z = O + \overline{x} + \overline{y}$$
$$P_x = O + \overline{y} + \overline{z}$$
$$P_y = O + \overline{z} + \overline{x}$$

cioè le equazioni delle traiettorie delle proiezioni di P sui piani coordinati, e sono:

$$a_2^2x^2 - 2a_1a_2\cos(\delta_1 - \delta_2)xy + a_1^2y^2 = a_1^2a_2^2\sin^2(\delta_1 - \delta_2)\,,$$
$$a_3^2y^2 - 2a_2a_3\cos(\delta_2 - \delta_3)yz + a_2^2z^2 = a_2^2a_3^2\sin^2(\delta_2 - \delta_3)\,,$$
$$a_1\, z_2 - 2a_3a_1\cos(\delta_3 - \delta_1)zx + a_3^2x^2 = a_3^2a_1^2\sin^2(\delta_3 - \delta_1)\,.$$

Sono queste tre ellissi con il centro nell'origine delle coordinate, quindi il punto P descrive un'ellisse col centro nell'origine delle coordinate (punto O).

Indicando con $\overline{V}^{\cdot s}$ la derivata geometria di $\overline{V}$ d'ordine s, presa rispetto al tempo s volte, si chiamerà s-esimo punto odografo di P il punto P^s per il quale

$$P^s = O + \overline{V}^{\cdot s},$$

si dirà s-esima curva odografa di P la sua traiettoria.

Per scrivere le componenti di $\overline{V}^{\cdot s}$ secondo gli assi si ricordi che: se un vettore $\overline{V}$ è funzione d'una variabile numerica t, la sua derivata geometrica d'ordine s rispetto a questa variabile è un vettore $\overline{V}^{\cdot s}$ le cui componenti secondo tre assi qualunque hanno per grandezza le derivate algebriche di ordine s delle grandezze delle componenti del vettore $\overline{V}$ secondo gli stessi assi, rispetto a t.

Si avrà dunque:

$$[5]\quad \begin{cases} \overline{IV^{\cdot s}} = \overline{x}^{\cdot s} = a_1 \dfrac{d^s}{dt^s}\sin(kt + \delta_1).I \\ \overline{JV^{\cdot s}} = \overline{y}^{\cdot s} = a_2 \dfrac{d^s}{dt^s}\sin(kt + \delta_2).J \\ \overline{KV^{\cdot s}} = \overline{z}^{\cdot s} = a_3 \dfrac{d^s}{dt^s}\sin(kt + \delta_3).K\,. \end{cases}$$

È facile dedurre di qui:

$$\overline{UV^{\cdot s}} = 0$$

cioè le odografe successive sono tutte curve piane contenute in $\Pi(x.y.z) = 0$; di più si trova

$$a_2^2(x^{(s)})^2 - 2a_1a_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)x^{(s)}y^{(s)} + a_1^2(y^{(s)})^2 = a_1^2a_2^2k^{2s}\sin^2(\delta_1 - \delta_2),$$
$$a_3^2(y^{(s)})^2 - 2a_2a_3 \cos(\delta_2 - \delta_3)y^{(s)}z^{(s)} + a_2^2(z^{(s)})^2 = a_2^2a_3^2k^{2s}\sin^2(\delta_2 - \delta_3),$$
$$a_1^2(z^{(s)})^2 - 2a_3a_1 \cos(\delta_3 - \delta_1)z^{(s)}x^{(s)} + a_3^2(x^{(s)})^2 = a_3^2a_1^2k^{2s}\sin^2(\delta_3 - \delta_1);$$

vale a dire che le odografe di P sono tante ellissi, concentriche con la traiettoria, simili e similmente disposte.

Dalle equazioni [5] per $s = 2$ consegue

$$\overline{x}^{.2} = -\overline{x}k^2$$
$$\overline{y}^{.2} = -\overline{y}k^2$$
$$\overline{z}^{.2} = -\overline{z}k^2$$

ossia:

$$\overline{V}^{.2} = -\overline{V}k^2,$$

o ancora, indicando con m la massa di P, con $\overline{F}$ la forza che è causa del moto:

$$\overline{F} = -mk^2\overline{V},$$

risultato che s'enuncia dicendo che il moto di P si può considerare come prodotto da una forza costantemente diretta ad O e proporzionale alla distanza PO.

Si potrebbero dimostrare altre proprietà geometriche interessanti delle derivate di $\overline{V}$ e delle odografe; mi limito ad enunciare le seguenti:

a) $\overline{V}^{.s}$ e $\overline{V}^{.s+2}$ coincidono in direzione e hanno senso opposto per ogni valore del tempo;

b) $\overline{V}^{.s}$ e $\overline{V}^{.s+1}$ sono diretti per ogni valore del tempo secondo due diametri coniugati della traiettoria o d'un'odografa qualunque.

4. *Significati fisici del vettore* $\overline{V}$. — Nell'ottica dell'elasticità (Fresnel, Neumann, Sarrau) il vettore $\overline{V}$ rappresenta per ogni valore del tempo, lo spostamento dalla posizione d'equilibrio di una particella d'etere vibrante in un raggio di luce polarizzata ellittica; nella teoria elettromagnetica della luce (Maxwell), $\overline{V}$ può esprimere per determinazioni convenienti delle costanti una qualunque delle grandezze vettoriali che si hanno a considerare in un raggio di tale natura: forza elettrica, forza magnetica, polarizzazione elettrica e polarizzazione magnetica.

Nell'elettromagnetismo: è noto come Sir W. Thomson ha mostrato pel primo che, con opportune disposizioni sperimentali, si possono ottenere delle correnti la cui intensità i è una funzione del tempo, che

costituisce un integrale dell'equazione differenziale $\frac{d^2 i}{dt^2} + k^2 i = 0$, cioè è della forma

$$\frac{a}{4\pi} \sin (kt + \delta) ,$$

a e δ essendo delle costanti che si determinano con le condizioni dell'esperienza.

Suppongo che nei piani coordinati siano disposti tre circuiti circolari, col centro nell'origine, suppongo di più che essi siano percorsi da correnti della natura di quelle accennate innanzi.

Indicando con $i_x . i_y . i_z$ rispettivamente l'intensità per i circuiti dei piani KJ . IK . JI si potrà porre

$$i_x = \frac{a_1}{4\pi} \sin (kt + \delta_1) ,$$

$$i_y = \frac{a_2}{4\pi} \sin (kt + \delta_2) ,$$

$$i_z = \frac{a_3}{4\pi} \sin (kt + \delta_3) .$$

Ognuno di questi circuiti genera in O un campo magnetico la cui grandezza si esprime facilmente per mezzo della intensità corrispondente, chiamo $J_x . J_y . J_z$ questi campi, avrò:

$$j_x = 4\pi i_x = a_1 \sin (kt + \delta_1) ,$$

$$j_y = 4\pi i_y = a_2 \sin (kt + \delta_2) ,$$

$$j_z = 4\pi i_z = a_3 \sin (kt + \delta_3) .$$

Ma i campi magnetici sono grandezze vettoriali; nel caso nostro si vede subito che la direzione di j_x è quella di I, la direzione di j_y quella J, la direzione di j_z quella di K, si può scrivere dunque:

$$\overline{j_x} = a_1 \sin (kt + \delta_1) \mathrm{I} ,$$

$$\overline{j_y} = a_2 \sin (kt + \delta_2) \mathrm{J} ,$$

$$\overline{j_z} = a_3 \sin (kt + \delta_3) \mathrm{K} ;$$

ne segue immediatamente che il vettore

$$\overline{\mathrm{V}} = \overline{j_x} + \overline{j_y} + \overline{j_z}$$

non è altro che il campo magnetico girante che quelle tre correnti fanno nascere in O.

B) Vibrazione circolare.

1. *Luce rettilinea e luce circolare.* — In ciò che segue mi occuperò del vettore $\overline{V}$ come rappresentazione di un raggio luminoso; supporrò che la linea di propagazione di questo raggio sia secondo il vettore K, ciò equivale a porre

$$[1] \qquad \begin{cases} \overline{x} = a_1 \sin(kt + \delta_1) I, \\ \overline{y} = a_2 \sin(kt + \delta_2) J, \\ \overline{z} = 0; \end{cases}$$

e quindi:

$$\overline{V} = \overline{x} + \overline{y}.$$

Le quantità a hanno la dimensione d'una lunghezza e si dicono *ampiezze* di vibrazione; k è la reciproca di un tempo, il tempo $T = \frac{2\pi}{k}$ si dice *durata* di vibrazione; le δ sono numeri e si dicono *fasi*.

L'ellisse ha per casi particolari il segmento di retta e il cerchio, si può domandare a quali relazioni devono soddisfare le costanti perchè l'ellisse descritto dal punto

$$P = O + \overline{V}$$

degeneri in un segmento rettilineo o in un circolo.

Si vede subito che dovrà essere, pel caso del segmento di retta:

$$[2] \qquad \overline{V} = l\overline{V}^{\cdot 1},$$

e pel caso del cerchio:

$$[3] \qquad \overline{VV^{\cdot 1}} = 0;$$

nell'equazione [2], l è un numero, la *coordinata* del vettore $\overline{V}$ rispetto a $\overline{V}^{1}$.

Con semplici sostituzioni la [2] diventa:

$$[a_1 \sin(kt + \delta_1) - a_1 lk \cos(kt + \delta_1)]I +$$
$$[a_2 \sin(kt + \delta_2) - a_2 lk \cos(kt + \delta_2)]J = 0$$

da cui:

$$\sin(kt + \delta_1) - lk \cos(kt + \delta_1) = 0,$$
$$\sin(kt + \delta_2) - lk \cos(kt + \delta_2) = 0;$$

eliminando fra queste la l s'ottiene:

$$\operatorname{tg}(kt + \delta_1) = \operatorname{tg}(kt + \delta_2)$$

e successivamente:

$$kt + \delta_1 = kt + \delta_2 + h\pi$$
$$\delta_1 = \delta_2 + h\pi$$

h essendo un intero, positivo o negativo.

Parimenti dalla [3] si ottiene:

$$a_1^2 \sin(kt + \delta_1)\cos(kt + \delta_1) + a_2^2 \sin(kt + \delta_2)\cos(kt + \delta_2) = 0$$

ossia: $$a_1^2 \sin(2kt + 2\delta_1) + a_2^2 \sin(2kt + 2\delta_2) = 0\,;$$

di qui, sviluppando i seni si ricava:

$$(a_1^2 \cos 2\delta_1 + a_2^2 \cos 2\delta_2)\,\mathrm{tg}\,2kt + a_1^2 \sin 2\delta_1 + a_2^2 \sin 2\delta_2 = 0\,.$$

Se si vuole che questa equazione si verifichi per ogni valore del tempo bisognerà annullare separatamente il coefficiente di tg $2kt$ e il termine indipendente, scrivere cioè:

$$a_1^2 \cos 2\delta_1 + a_2^2 \cos 2\delta_2 = 0\,,$$
$$a_1^2 \sin 2\delta_1 + a_2^2 \sin 2\delta_2 = 0\,.$$

Si vede subito che queste equazioni si possono verificare con due sistemi di valori, ponendo cioè

(*) $$\begin{cases} a_1^2 = a_2^2 \\ 2\delta_1 = 2\delta_2 + (2h+1)\pi\,, \end{cases}$$

oppure

(**) $$\begin{cases} a_1^2 = -a_2^2 \\ \delta_1 = \delta_2 + h\pi\,, \end{cases}$$

ma il secondo sistema non si può ammettere se si vogliono ampiezze reali.

Le formole esprimono abbastanza chiaramente le condizioni cercate perchè non sia necessario di voltarle in parole.

Tenendo conto delle relazioni (*) le [1] danno i due sistemi:

$$\overline{x_1} = a \sin(kt + \delta)\mathrm{I} \qquad \overline{x_2} = a \sin(kt + \delta)\mathrm{I}$$
$$\overline{y_1} = a \cos(kt + \delta)\mathrm{J}\,, \qquad \overline{y_2} = -a \cos(kt + \delta)\mathrm{J}\,,$$

questi due raggi circolari non sono punto identici, nel primo il punto P descrive il suo cerchio nel senso in cui si muovono gli indici dell'orologio, nel secondo nel senso opposto; chiamerò il primo raggio destro, il secondo raggio sinistro.

La quantità δ che compare nelle equazioni prende il nome di *fase del raggio circolare*.

È sull'esistenza delle due specie di raggi circolari che Fresnel ha fondato la sua teoria della polarizzazione rotatoria, facendo vedere che

un raggio rettilineo si può scindere in due circolari inversi coincidenti di fase e che di più se fra questi viene a prodursi una differenza di fase Δ essi riunendosi danno origine ad un raggio rettilineo che ha l'ampiezza del primo, e l'azimut di polarizzazione differente dal primitivo d'un angolo $\frac{\Delta}{2}$.

2. *Lamina di Bravais.* — Sperimentalmente si può ottenere un raggio di luce circolare per mezzo d'un mica d'un quarto d'onda.

Si immagini una laminetta di mica di sfaldatura, e però parallela all'asse; un raggio rettilineo entrando in essa si decompone in due l'ordinario e lo straordinario, le cui vibrazioni sono a 90° l'una dall'altra, la cui velocità è differente; all'uscita fra le due componenti vi sarà una differenza di fase: si può calcolare lo spessore della lamina in modo che lo straordinario acquisti una fase $\frac{\pi}{2}$ rispetto all'ordinario.
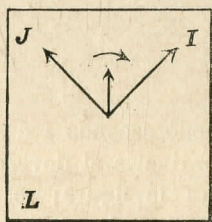
Fig. 1.

Ciò posto rappresenti L (fig. 1) un mica di un quarto d'onda e siano I e J le direzioni secondo cui si fanno le vibrazioni ordinaria e straordinaria; un raggio rettilineo entri nella lamina e sia la sua vibrazione secondo la bissettrice dell'angolo degli assi, se la grandezza di tale vibrazione è

$$a\sqrt{2}\sin kt$$

le componenti secondo gli assi si scriveranno

$$\overline{x} = a\sin kt.\mathrm{I}$$

$$\overline{y} = a\sin kt.\mathrm{J}\,,$$

all'uscire della lamina esse saranno divenute

$$\overline{x} = a\sin(kt+\delta)\mathrm{I}$$

$$\overline{y} = a\sin\left(kt+\delta+\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{J}$$

$$= a\cos(kt+\delta)\mathrm{J}\,,$$

che sono appunto le componenti di un raggio circolare destro.

Sperimentalmente si possono anche ottenere due raggi circolari opposti coincidenti di fase, con una disposizione che va sotto il nome di doppia lamina di Bravais.

Da uno stesso mica di un quarto d'onda si tagliano due pezzi, e si dispongono in uno stesso piano, ordinariamente sopra una lastrina di vetro, in modo che non si sovrappongano, ma si incontrino secondo una linea retta AB (fig. 2), le cose sono preparate in modo che, in entrambe le lamine gli assi sono a 45° dalla AB l'asse dell'una essendo normale a quello dell'altra.
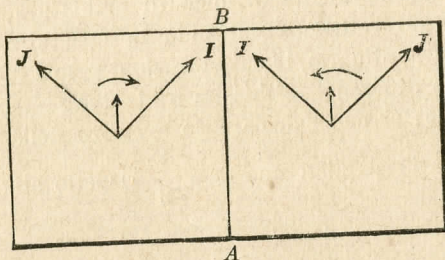
Fig. 2.

Ciò premesso se si assumono secondo I e J nella metà di sinistra le vibrazioni ordinaria e straordinaria si dovranno nella metà di destra orientare I e J come mostra la figura; se ora due raggi rettilinei coincidenti di fase vengono a cadere contemporaneamente sulle due lamine e se le vibrazioni loro sono secondo AB che cosa deve accadere?

Per la parte sinistra noi lo sappiamo, il caso è identico a quello della figura 1, si otterrà dunque un raggio circolare destro; quanto alla porzione di destra ci possiamo rendere conto del fenomeno con un ragionamento molto semplice, e di vero, in questa parte le componenti della vibrazione sono disposte come se la linea AB fosse speculare e riflettesse ciò che accade nella lamina di sinistra; ciò che s'ottiene a destra dovrà essere l'imagine vista nello specchio AB di ciò che s'ottiene a sinistra, a destra si avrà dunque un raggio sinistro, poichè è evidente che l'imagine di un raggio destro è un raggio sinistro a quel modo che un'elica destrorsa guardata in uno specchio appare sinistrorsa, a quel modo che una mano, un guanto destro si vedono in uno specchio come una mano, un guanto sinistro.

Lo stesso ragionamento ci persuade che la fase dev'essere la stessa nei due raggi.

Le stesse cose si possono ripetere supponendo la vibrazione incidente nelle due semilamine normale ad AB; solamente, in questo caso, si avrebbe a sinistra un raggio circolare sinistro, a destra uno destro.

3. *Interferenza di due raggi circolari.* — Sono dati due raggi circolari dello stesso senso, p. e. due raggi destri

$$\overline{x_1} = a_1 \sin(kt + \delta_1)\mathrm{I} \qquad \overline{x_2} = a_2 \sin(kt + \delta_2)\mathrm{I}$$
$$\overline{y_1} = a_1 \cos(kt + \delta_1)\mathrm{J} \qquad \overline{y_2} = a_2 \cos(kt + \delta_2)\mathrm{J}$$

si vuol sapere se è possibile che questi due raggi soprapponendosi si distruggano a vicenda e quali siano in caso affermativo le condizioni cui devono soddisfare le a e le δ.

Le condizioni perchè la luce si annulli sono manifestamente:

$$x_1 + x_2 = 0\,,$$
$$y_1 + y_2 = 0\,,$$

ossia:
$$(a_1 \cos\delta_1 + a_2 \cos\delta_2)\,\mathrm{tg}\,kt + a_1 \sin\delta_1 + a_2 \sin\delta_2 = 0$$
$$a_1 \cos\delta_1 + a_2 \cos\delta_2 - (a_1 \sin\delta_1 + a_2 \sin\delta_2)\,\mathrm{tg}\,kt = 0$$

e quindi:
$$a_1 \cos\delta_1 + a_2 \cos\delta_2 = 0\,,$$
$$a_1 \sin\delta_1 + a_2 \sin\delta_2 = 0\,.$$

Se ne deduce:
$$a_1 = \pm a_2$$
$$\delta_1 = h\pi + \delta_2$$

h essendo un intero, positivo o negativo, dispari o pari. È facile vedere che se si prendono le a dello stesso segno bisognerà che h sia dispari, se si prendono le a di segno opposto h dovrà essere pari; di più è manifesto che questa seconda soluzione non è punto diversa dalla prima.

Riassumendo: due raggi circolari dello stesso senso sono capaci d'interferire appunto come due raggi di luce rettilinea o naturale; si otterrà una frangia perfettamente oscura se nei due raggi le ampiezze sono uguali, le fasi differiscono di un numero dispari di mezze circonferenze.

La stessa questione si può proporre pel caso di due raggi circolari inversi: siano essi:

$$\overline{x_1} = a_1 \sin(kt + \delta_1)\mathrm{I} \qquad \overline{x_2} = a_2 \sin(kt + \delta_2)\mathrm{I}$$
$$\overline{y_1} = a_1 \cos(kt + \delta_1)\mathrm{J} \qquad \overline{y_2} = -a_2 \cos(kt + \delta_2)\mathrm{J}\,.$$

Nel caso presente le condizioni del minimo sono:

$$(a_1 \cos\delta_1 + a_2 \cos\delta_2)\,\mathrm{tg}\,kt + a_1 \sin\delta_1 + a_2 \sin\delta_2 = 0\,,$$
$$a_1 \cos\delta_1 - a_2 \cos\delta_2 - (a_1 \sin\delta_1 - a_2 \sin\delta_2)\,\mathrm{tg}\,kt = 0\,;$$

dovendosi queste equazioni verificare indipendentemente dal tempo bisognerà porre:

$$(*)\quad \begin{cases} a_1 \cos\delta_1 + a_2 \cos\delta_2 = 0\,, \\ a_1 \sin\delta_1 + a_2 \sin\delta_2 = 0\,, \end{cases}$$

$$(**)\quad \begin{cases} a_1 \cos\delta_1 - a_2 \cos\delta_2 = 0\,, \\ a_1 \sin\delta_1 - a_2 \sin\delta_2 = 0\,. \end{cases}$$

Dico che non esistono quattro grandezze $a_1 . a_2 . \delta_1 . \delta_2$ che verifichino ad un tempo queste quattro equazioni, che, in altri termini, esse sono incompatibili (si esclude naturalmente l'ipotesi $a_1 = a_2 = 0$).

E di vero è facile ricavare tanto dalle due prime che dalle rimanenti la condizione:

$$a_1 = \pm a_2 .$$

Se si fa l'una e l'altra di queste posizioni, il sistema proposto si può sempre ridurre al seguente:

$$\cos \delta_1 + \cos \delta_2 = 0 ,$$
$$\sin \delta_1 + \sin \delta_2 = 0 ,$$
$$\cos \delta_1 - \cos \delta_2 = 0 ,$$
$$\sin \delta_1 - \sin \delta_2 = 0 ;$$

ora le prime due danno fra le δ la relazione:

$$\delta_1 = \delta_2 + (2h + 1)\pi ,$$

e le altre:

$$\delta_1 = \delta_2 + 2h\pi ,$$

h essendo un intero comunque; è chiaro che queste due equazioni non si possono soddisfare ad un tempo.

Se ne conchiude che non è possibile percepire l'interferenza di due raggi circolari opposti come una successione di massimi e di minimi.

Il modo con cui il problema fu trattato e i risultati ottenuti ci permettono di dedurre qualche cosa di più, e per vero è manifesto che si potranno sempre determinare delle serie di valori che verifichino separatamente i sistemi (*) e (**). Per esempio quando sia:

$$a_1 = a_2$$
$$\delta_1 = \delta_2 + (2h + 1)\pi$$

sarà verificata la condizione

$$\overline{x_1} + \overline{x_2} = 0$$

ne segue che per quei valori si avrà anche

$$\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{y_1} + \overline{y_2} = 0$$

quando sia identicamente

$$\overline{y_1} + \overline{y_2} = 0 .$$

Ora sperimentalmente vi è modo di annullare la componente di una vibrazione che è secondo una certa direzione, lasciando sussistere la componente che le è ortogonale, basta che a quella vibrazione si faccia attraversare convenientemente un analizzatore, prisma di Nicol o lamina

di Tormalina; ne segue che guardando uno schermo illuminato da due raggi circolari inversi, sensibilmente paralleli attraverso ad un Nicol si vedrà un sistema di massimi e di minimi che si estende per tutta quella regione dello schermo per cui la differenza di fase dei due raggi non è troppo grande.

Se il fenomeno si osserva attraverso un prisma birifrangente e se i raggi interferenti provengono da due lineette luminose, monocromatiche, parallele, si vedranno due sistemi di frangie alternativamente chiare ed oscure; a massimi d'intensità luminosa nell'imagine straordinaria corrisponderanno dei minimi nell'ordinaria e reciprocamente.

4. *Calcolo della disposizione sperimentale.* — Vengo ora a calcolare la disposizione sperimentale che ho adottata e a dedurre la formola che si tratta di verificare con l'esperienza.

Due fascetti sensibilmente paralleli di raggi circolari inversi sono emessi da due punti luminosi P_1, P_2 coincidenti di fase a distanza $2l$ l'uno dall'altro (fig. 3); essi attraversano quindi un tubo contenente il liquido su cui si sperimenta.

La distanza dei due punti P_1 e P_2 dal tubo è piccola, il tubo stesso rispetto ad altre lunghezze di cui avremo a tener conto non è molto grande, quindi si può ammettere che i raggi escano dal tubo in due punti Q_1 e Q_2 a distanza $2l$, ciò corrisponde a trascurare delle quantità che sono realmente trascurabili, come sarebbe facile mostrare.

Ora, se il liquido non è sottoposto ad alcuna azione esterna, rappresentabile con un vettore avente la direzione della propagazione, è verosimile che la velocità con cui un raggio circolare in esso si trasmette non dipenda dal senso di questo raggio; così se in un pezzo di legno si è praticato un foro conico è ragionevole il ritenere che uno stesso sforzo sarebbe necessario per fare entrare in esso una vite destrorsa od una sinistrorsa: analiticamente questo si esprime dicendo che le fasi di Q_1 e Q_2 si possono ritenere coincidenti, quindi i due raggi saranno

per Q_1:

$$\overline{x_1} = a \sin kt.\mathrm{I} \qquad \overline{y_1} = a \cos kt.\mathrm{J}$$

per Q_2:

$$\overline{x_2} = a \sin kt.\mathrm{I} \qquad \overline{y_2} = -a \cos kt.\mathrm{J}\ .$$

Ad una distanza L dalla seconda faccia del tubo sia disposto uno schermo di cui segno la traccia in ξ, sopra di esso i punti Q_1 e Q_2 produrranno dei fenomeni d'interferenza, che, come sappiamo, non sono percepibili ad occhio nudo; suppongo di guardarli attraverso ad un

prisma di Nicol; per una disposizione conveniente di quest'ultimo ciò corrisponde a tener conto nel calcolo delle sole componenti x_1 e x_2.

Per il punto ω medio fra Q_1 e Q_2 conduco la perpendicolare ωO alla ξ, mi propongo di calcolare le componenti x che arrivano al punto M per cui si ha $OM = \xi$.
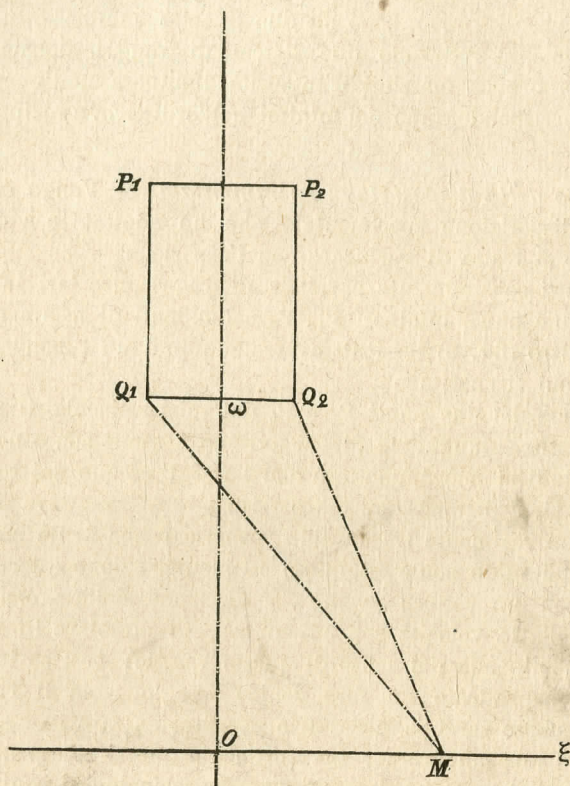
Fig. 3.

Essendo la velocità di propagazione uniforme è evidente che le fasi dei due raggi staranno come i cammini percorsi, la differenza di fase come la differenza di cammino; sia c il coefficiente di proporzionalità.

Si ottiene immediatamente:

$$Q_1M = \sqrt{L^2 + (\xi + l)^2} = L\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\xi + l}{L}\right)^2\right]$$

$$Q_2M = \sqrt{L^2 + (\xi - l)^2} = L\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\xi - l}{L}\right)^2\right]$$

la differenza di cammino fra i due raggi è dunque:

$$Q_1M - Q_2M = \frac{2\xi l}{L},$$

e però la differenza di fase

$$\delta = c\frac{2\xi l}{L}.$$

Si ha, come sappiamo, un minimo se:

$$c\frac{2\xi l}{L} = (2h+1)\pi$$

$$\xi = \frac{L}{2cl}(2h+1)\pi.$$

La distanza d fra due frangie oscure successive è espressa da

$$d = \xi_{h+1} - \xi_h = \frac{L}{2cl}[2(h+1)+1-(2h+1)]\pi$$

(*)
$$= \frac{L}{cl}\pi.$$

Suppongasi ora di magnetizzare in qualche modo il liquido, e le linee di forza siano secondo l'asse del tubo; si deve ammettere che le molecole liquide assumano una certa orientazione, che dipende dal senso della magnetizzazione; ora non si può più ritenere che la velocità di propagazione sia la medesima per i due raggi inversi; se in un pezzo di legno con una trivella si è praticato un foro elicoidale destrorso è certo che, a parità delle altre condizioni, sarà necessario uno sforzo per far entrare in quel foro una vite, differente secondo che essa è sinistrorsa o destrorsa.

Analiticamente esprimiamo questo dicendo che la differenza di fase in ogni punto dello schermo si deve aumentare di una costante δ'; la condizione del minimo diviene:

$$\delta' + \frac{2cl\xi'}{L} = (2h+1)\pi$$

ossia:

$$\xi' = \frac{L}{2cl}(2h+1)\pi - \frac{\delta' L}{2cl}.$$

Lo spostamento s che una determinata frangia subisce è manifestamente:

$$s = \xi - \xi'$$

(**)
$$= \frac{\delta' L}{2cl}.$$

Dalle due relazioni (*) e (**) si trae:

$$(***) \qquad s = \frac{\delta'}{2\pi} d .$$

Nella teoria di Fresnel della polarizzazione rotatoria si è visto che una rotazione Δ (gli angoli essendo espressi in misura trigonometrica) del piano di polarizzazione corrisponde ad una differenza di fase $\delta' = 2\Delta$ nei raggi circolari inversi in cui si suppone scisso il rettilineo in seno al mezzo attivo; ammesso che la teoria si estenda alla polarizzazione rotatoria magnetica si ha dalla (***)

$$s = \frac{\Delta}{\pi} d ,$$

indicando con Δ la rotazione che subirebbe il piano di polarizzazione di un raggio rettilineo attraversando quello spessore di liquido, sottoposto a quella magnetizzazione che produce nelle frangie lo spostamento s.

Se la rotazione si esprime in gradi, essendo φ il numero di gradi contenuto nell'angolo Δ la formola diventa:

$$s = \frac{\varphi}{180} d .$$

C) Esperienze.

1. *La sorgente luminosa; produzione dei raggi interferenti.* — Le esperienze che descriverò furono eseguite nel laboratorio di fisica dell'Università di Torino; trattandosi di misure un po' delicate ho scelto un locale isolato, tranquillo, che non fosse di passaggio continuo, e più che era possibile lontano dalla rumorosa via di Po; la stanza in cui mi sono stabilito essendo volta a ponente ho dovuto rinunciare a servirmi del sole come sorgente luminosa, del resto dovendo lavorare nei mesi meno propizii quanto a clima, in fine d'inverno e in principio di primavera il ricorrere alla luce del sole mi avrebbe, per la massima parte dei giorni, messo nell'impossibilità di sperimentare.

Ho adottato come sorgente un apparecchio di proiezione, di quelli che chiamano *scioptikon*, a petrolio.

In questo istromento la luce si ottiene con due lucignoli piani, larghi, inclinati l'uno sull'altro di pochi gradi, che sul davanti dell'apparecchio si incontrano lungo un lato dando luogo ad una fascia luminosa di grande intensità.

L'imagine di questa banda data dallo scioptikon faceva cadere sopra la fenditura di un collimatore tolto ad uno spettroscopio di Kirchhoff, dalla lente convergente di esso i raggi uscivano paralleli. A pochi centimetri di lì era collocata una lente cilindrica che dava nella sua linea focale un'imagine della fenditura reale, rettilinea, brillantissima.

Per produrre i raggi destinati ad interferire ho adoperato un biprisma di Duboscq; il biprisma ha sugli specchi di Fresnel il vantaggio di essere sempre pronto, lo si può togliere dal posto, ripulire e rimettere a suo luogo in pochi minuti, ciò che con gli specchi non sarebbe possibile; è vero d'altra parte che le frangie ottenute, nel centro almeno, sono un po' alterate dalla diffrazione, ma si può girare l'ostacolo facendo le determinazioni sulla quarta e la quinta frangia che sono ancora bene visibili e quasi affatto pure: il biprisma era a mezzo metro circa dalla lente cilindrica.

L'intensità della sorgente di cui mi servivo non permetteva di stringere moltissimo la fenditura del collimatore, ho però potuto metterla in condizioni tali da avere nettamente visibili da ogni lato della centrale le prime sette frangie luminose, ciò che per le esperienze è più che sufficiente.

Si trattava ora di dividere nettamente i due raggi dati dal biprisma per poterli far procedere per strade distinte; a questo scopo, seguendo

il Righi, collocai a 75 cm. dal biprisma una lente acromatica convergente di quaranta centimetri di distanza focale, che mi diede, un settanta centimetri più in là, due imagini della linea focale della lente cilindrica, brillanti, alte un centimetro e distanti fra loro di due millimetri o poco più.

La lente acromatica di cui mi sono servito era un obiettivo tolto ad un cannocchiale di Merz, di lavorazione perfetta.

Le due lineette brillanti ottenute si possono riguardare come due sorgenti coincidenti di fase, si tratta ora di polarizzare circolarmente i raggi emessi dall'una e dall'altra, facendo in modo però che il senso sia diverso nei due fascetti.

L'apparecchio a ciò destinato è costituito essenzialmente da un Nicol ed una lamina di Bravais ed è fissato alla faccia anteriore del rocchetto che, come vedremo in seguito, serve ad ottenere il campo magnetico necessario.

La tavola II lo mostra in posto, la tavola I di profilo.

È facile rendersi conto della disposizione di questo pezzo: in *a* è un tubo d'ottone che entra a sfregamento in un altro simile attaccato al rocchetto con tre viti robuste; il tubo *a* porta ad un estremo una lamina pure d'ottone *b* lavorata a triangolo, cui sono fissate solidamente tre colonnine *c* lunghe due centimetri e mezzo: queste sono fermate dall'altra parte ad una seconda lamina *d* identica alla *b*; e finalmente la lamina *d* porta alla sua volta un tubo d'ottone *e*; *f* e *g* sono due tubi che stanno a dolce sfregamento in *e*, *g* porta un prisma di Nicol ed *f* la lamina di Bravais; il tubo *g* reca inoltre un indice *i* il quale si muove sopra un cerchio d'argento *h* graduato di 45 in 45 gradi e fermato ad *e*; quanto ad *f* esso è terminato nella parte che si rivolge ad *a* da un'espansione a foggia di lastra circolare il cui diametro è maggiore di quello di *e*, è a questa lastra che, con quattro piccole viti d'ottone, è raccomandato il polarizzatore di Bravais: *f* ha la lunghezza di un centimetro e mezzo o poco più. Infine due viti permettono di fissare invariabilmente *f* e *g* ad *e*.

I movimenti che con tale apparecchio si eseguiscono sono i seguenti: anzitutto si può, mettendo una mano alle colonnine, far girare tutto il pezzo insieme intorno all'asse comune dei quattro tubi; in secondo luogo è possibile far percorrere ad *i* il suo cerchio e quindi girare il Nicol senza che il rimanente cambi di posizione; in terzo luogo si può dare in modo analogo un movimento indipendente alla lamina di Bravais; finalmente tirando in fuori *f* si può farlo uscire da *e*, quindi estrarlo per l'intervallo di due colonnine, vale a dire si può togliere di mezzo il polarizzatore di Bravais.

Vediamo come, con questa disposizione, si possano polarizzare circo-

larmente in sensi inversi i raggi emessi dalle due lineette luminose; osservo anzitutto che il rocchetto è posto con l'asse secondo la linea di propagazione dei raggi; che la sua distanza dalla lente acromatica è tale che le due imagini parallele si formino nettamente sopra la lamina di Bravais; che da ultimo alla seconda faccia del rocchetto è posto un Nicol analizzatore (vedi Tav. II).

Ciò posto si opera nel modo seguente. Anzitutto si toglie la lamina di Bravais e si fissa il Nicol polarizzatore in modo che l'indice sia, p. es., allo zero della graduazione, quindi si pone innanzi al tubo *e* la fiamma d'una candela o d'un becco a gas e si gira il prisma analizzatore fino all'estinzione; quindi si introduce la lamina di Bravais, immediatamente il campo ridiviene luminoso: solamente, siccome la disposizione dell'asse cristallografico nelle due miche è differente, le due metà del campo sono illuminate con diversa intensità.

Però, in un giro intero della lamina vi sono quattro posizioni in cui la luce si annulla in tutte due le metà, ciò accade manifestamente quando la sezione principale del polarizzatore è parallela all'asse cristallografico di una semi-lamina e quindi perpendicolare all'asse dell'altra, in tale caso da entrambe le metà del campo emerge un unico raggio, lo straordinario dalla prima, l'ordinario dalla seconda, entrambi sono polarizzati parallelamente alla sezione principale dell'analizzatore e però non possono essere trasmessi.

Si fissa la lamina di Bravais in una di queste posizioni, è manifesto allora che girando il Nicol polarizzatore di 45° le vibrazioni arriveranno ai due mica o parallele o perpendicolari alla linea mediana, quindi si avranno dall'uno e dall'altro dei raggi circolari, ma opposti di verso; il girare il polarizzatore in un senso o nel senso contrario porta a scambiare nei due raggi il verso della rotazione e non altro.

Fissata convenientemente la lamina di Bravais si trattava di portare la linea mediana ad essere parallela alle due lineette brillanti e a bisecare la striscia compresa fra quelle.

Per questo toglievo il primo Nicol e poi tutto l'apparecchio polarizzatore, segnavo sopra un pezzetto di carta trasparente con l'inchiostro un tratto rettilineo sottile ma marcato e questo pezzetto di carta fissavo sopra la lamina di Bravais in modo che il tratto coprisse appunto la linea mediana; ciò riesce facilmente guardando per trasparenza verso una finestra.

Quindi rimettevo a suo luogo il pezzo polarizzatore. Acceso lo scioptikon, ottenute le due imaginette, si giunge, socchiudendo un'imposta della finestra, a vedere ad un tempo il tratto nero sul pezzetto di carta e le due linee brillanti che sopra di esso si vengono a dipingere, è possibile allora girando tutto insieme l'apparecchio polarizzatore e muo-

vendo la vite che comanda il sostegno del biprisma, portare le due imagini a comprendere il tratto; ottenuto questo toglievo la carta e rimettevo il Nicol a posto.

2. *Disposizione per magnetizzare il liquido: rocchetto, corrente, tubi. Misura della rotazione e degli spostamenti.* — Dirò ora qualche cosa dell'apparecchio destinato a magnetizzare il liquido su cui si sperimenta. In una prima serie di esperienze ho cercato di servirmi a quest'uopo di una grande elettro-calamita di Faraday; l'istromento che avevo a mia disposizione ha nell'asse dei rocchetti un foro cilindrico per tutta la lunghezza, essendo destinato appunto a ricerche di polarizzazione rotatoria magnetica; avvicinati quanto era possibile i poli introducevo nel foro un tubo ripieno del liquido da esaminare in modo che esso riuscisse nel mezzo, avendo un'estremità dentro un rocchetto, l'altra nell'altro; quindi lanciavo una corrente nelle spirali.

Anche adoperando una pila di 18 elementi Bunsen e invertendo la corrente non sono riuscito, col cloruro di bismuto, ad avere una rotazione superiore ad otto o nove gradi. Allora ho pensato di aumentare la lunghezza del tubo vale a dire di crescere lo strato di liquido attivo, ma a un dipresso l'effetto rimase il medesimo.

La ragione del fenomeno è probabilmente questa, che, nell'interno del foro longitudinale, l'intensità del campo è quasi nulla, le linee di forza essendo assorbite dai noccioli di ferro, quindi lo strato di liquido realmente attivo è quello compreso fra le faccie polari, è chiaro in conseguenza che non vi è nessun vantaggio a crescere la lunghezza del tubo.

Abbandonata l'idea dell'elettro-calamita ho costruito un rocchetto in modo da ottenere con esso una magnetizzazione sufficientemente intensa; l'ho fatto lungo una trentina di centimetri, l'anima è di legno di noce, è forata da un canale cilindrico di due cm. di diametro, porta alle estremità due dischi pure di noce spessi due cm. e con un diametro di venti.

Sopra il nocciolo avvolsi dieci strati di filo di rame, coperto di cotone e di una vernice isolante, il diametro del filo era di 2,4 mm., ogni strato ebbe un novanta giri, la resistenza totale importava mezzo Ohm o poco più.

La corrente era data da sei accumulatori Garassino (del tipo 3); sono di dimensioni non molto grandi (20. 18. 12 cm.), con sette lamine di piombo parallele ciascuno, tre positive e quattro negative; messi in serie e chiusi sul rocchetto mi diedero delle correnti la cui intensità ha variato fra sette e dieci Ampères all'incirca: della costanza del flusso durante l'esperienza mi assicuravo con un amperometro.

Il liquido che ho esaminato, come ho già detto, è il cloruro di bismuto in acido cloridrico; lo preparavo da me sciogliendo dell'ossicloruro (di Trommsdorf) nell'acido puro, perfettamente limpido ed incoloro; filtrata la soluzione e lasciatala riposare alquanto si ottiene un liquido limpidissimo d'un bel color giallo topazio, fortemente acido sempre.

Le prime volte avevo fatta la soluzione satura, sperando averne un effetto maggiore, ma poi ho dovuto accontentarmi di impiegarla un po' diluita, poichè allo stato di saturazione bastava un leggiero cambiamento di temperatura o anche solo il contatto con le pareti fredde del tubo perchè nel liquido comparissero delle pagliette cristalline che lo intorbidavano affatto.

Il cloruro mettevo in tubi d'ottone, preparati appositamente, rivestiti all'interno di vetro, chiusi alle estremità da lastrine di cristallo e coperchi a vite: le lastrine si appoggiavano a dischetti di cautsciù.

Di questi tubi avevo tre lunghi quattro, dodici e venti centimetri, nelle esperienze definitive ho adoperato sempre il più lungo.

Il rocchetto porta alla faccia anteriore l'apparecchio di polarizzazione che ho lungamente descritto più sopra, alla posteriore poi il Nicol analizzatore.

I diametri dei tubi che ho chiamato e e g (vedi sopra) sono stati fatti uguali, si può quindi, una volta tolto via tutto insieme l'apparecchio polarizzatore, sostituire ad esso il solo primo Nicol, ciò che ha i suoi vantaggi come vedremo in seguito.

Per la misura della rotazione del piano vi è un cerchio diviso di 6 cm. di raggio graduato in gradi; l'alidada unita al Nicol analizzatore reca un nonio in dieci parti, si possono quindi avere direttamente i 6'.

Mi è parso superfluo ricorrere ad apparecchi più delicati e che permettessero una misura più esatta della rotazione, visto che nella determinazione degli spostamenti le quantità, della cui certezza si può dubitare, corrispondono a grandezze angolari che sono già assai superiori all'approssimazione del nonio.

Finalmente per misurare gli spostamenti delle frangie ho impiegato la solita lente oculare di Fresnel; l'oculare di cui mi sono servito ha un solo filo al reticolo, è munito d'una vite micrometrica di mezzo millimetro di passo, con la testa divisa in cinquanta parti.

3. *Esperienze e risultati.* — Dopo una descrizione così minuta degli apparecchi e dei metodi impiegati è appena necessario ch'io indichi il modo in cui eseguivo un'esperienza; le determinazioni si succedevano nell'ordine seguente:

a) Dapprima cercavo la posizione giusta per la lamina di Bravais e con la vite la fissavo bene all'apparecchio polarizzatore;

b) quindi toglievo tutto il pezzo polarizzatore, gli sostituivo il primo Nicol tenendo nota della divisione del cerchio cui avrei dovuto ricondurre l'indice *i*; introducevo il tubo col liquido nel rocchetto e determinavo il potere rotatorio e contemporaneamente l'intensità della corrente;

c) in seguito rimettevo in posto l'apparecchio di polarizzazione e il suo Nicol, accendevo lo scioptikon e portavo le due imaginette a comprendere la linea mediana;

d) allora con il micrometro della lente determinavo la distanza di due frangie consecutive; magnetizzavo e portavo il filo del reticolo a sfiorare l'orlo d'una frangia, invertivo e misuravo lo spostamento;

e) infine con l'amperometro verificavo l'intensità della corrente e, se era sensibilmente diminuita, ripetevo la determinazione della rotazione prendendo poi la media dei due valori trovati.

Nella tabella che segue ho raccolto alcuni dei dati sperimentali: s è lo spostamento subìto dalle frangie, d la distanza di due frangie consecutive, φ il numero di gradi che esprime la rotazione del piano; i valori $\frac{s}{d}$ e $\frac{\varphi}{180}$ dovrebbero teoricamente essere uguali, la 4ª colonna mostra le differenze per ciascuna esperienza; dove sono dati in una medesima linea due valori del rapporto $\frac{s}{d}$, ciò significa che la determinazione di esso fu ripetuta restando a un dipresso costante la corrente magnetizzatrice.

$\frac{s}{d}$	φ	$\frac{\varphi}{180}$	
0,074 — 0,084	15° 40′	0,087	+ 0,008
0,073 — 0,083	15 12	0,084	+ 0,006
0,073	15 6	0,083	+ 0,010
0,063 — 0,074	13 12	0,073	+ 0,005
0,062	12 —	0,067	+ 0,005
0,052	10 18	0,057	+ 0,005

L'accordo fra la teoria e l'esperienza non è, come si vede, perfetto, ma lo si può forse ritenere soddisfacente quando si rifletta alla difficoltà di questo genere di determinazioni, accresciuta nel mio caso

dall'indebolimento cui vanno soggette le frangie attraversando tanti mezzi e fra essi alcuno fortemente assorbente.

Mi pare quindi si possa legittimamente conchiudere che le ipotesi fatte e le formole da esse dedotte rendono bene ragione dei fatti sperimentali; ciò che, del resto, anche il Righi ha conchiuso dalle sue esperienze sul solfuro di carbonio.

Nel presentare questo lavoro come tesi di laurea io debbo esprimere i sensi della più profonda riconoscenza verso il prof. Naccari, che mi soccorse continuamente di consigli e di aiuti e con amorevole sollecitudine mi incoraggiò e mi sorresse nelle difficoltà non lievi incontrate per via.

Debbo pure ringraziare il prof. Iadanza che pose cortesemente a mia disposizione lo scioptikon, l'obiettivo di Merz e qualche altro istromento del suo gabinetto.

Dal laboratorio di fisica dell'Università di Torino,
maggio 1892.

A. Garbasso. *Sulla luce polarizzata circolare.* Tav. I.

A. Garbasso. *Sulla luce polarizzata circolare.* Tav. II.